

1. ČÍSELNÉ MNOŽINY, ELEMENTÁRNÍ TEORIE ČÍSEL

Společný násobek a dělitel

Nejmenší spol. násobek: $n(12,28,42) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$, v prvočíselném rozkladu má každé prvočíslo obsažené v nejvyšší mocnině.

Největší spol. dělitel: $D(12,28,42) = 2$, v prvočíselném rozkladu má pouze spol. prvočíslo.

- 1) Určete největšího společného dělitele a nejmenší společný násobek trojice čísel (pomocí rozkladu na prvočinitele):

a) 86,129,215

b) 178,356,534

- 2) Racionální čísla daná periodickými rozvoji vyjádřete ve tvaru zlomků s celočíselnými čitateli i jmenovateli.

a) $0,\bar{8}$, $0,4\bar{5}$, $6,\bar{03}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{41}{90}$, $\frac{199}{33}$

- 3) Zjednodušte dané početní výrazy a pak vypočtěte pomocí kalkulatoru jejich přibližnou hodnotu:

a) $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ Po74/17

- 4) Usměrněte zlomek:

a) $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ Po73/14

b) $\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}}$ (1)

c) $\frac{3}{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}$

- 5) Vypočtěte:

a) $\left[(\sqrt[3]{3})^{\sqrt{3}} \right]^{-2\sqrt{3}}$ $\left\{ \frac{1}{9} \right\}$

b) $\frac{\left(10^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{2}} \right)^{-3}}{\left(25^{\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{1}{8}} \right)^{-2}} : \frac{\sqrt{2\sqrt[3]{4}}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{8}}$ $8^4\sqrt{8}$

c) $\sqrt{a^3 \cdot \sqrt[3]{b^{-1}}} : \sqrt[3]{b^2 \cdot \sqrt{a^3}} + \sqrt[6]{b} : b =$ $a, b \in \mathbb{R}^+$

d) $a^{1+\sqrt{3}} \cdot a^{1-\sqrt{3}} \cdot (a^2)^{-1} =$

e) $(a^{\sqrt{3}+\sqrt{2}})^{\sqrt{3}-\sqrt{2}} =$

f) $\left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right)^2 + \left(a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)^2 =$

g) $\left(\frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{b^4}{a^2}}\right) : \left(\frac{a^2}{b} \sqrt[3]{\frac{a^7}{b^2}} \cdot \frac{b^2}{a^4} \sqrt[3]{\frac{a^{10}}{b^5}}\right) =$

h) $\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{4}}}{\left(b^{\frac{1}{3}}\right)^2} : \left[b^{\frac{2}{3}} \cdot (b^{-1})^{-2}\right] =$

6) Z množiny $\left\{-4,1;-2;\frac{5}{3};\frac{21024}{36};1,\overline{9};\sqrt{169};\sqrt{16,9}\right\}$ vyberte všechna čísla, která patří do množiny: N, Z, Q

7) Číslo 371,0235 zaokrouhlete:

- a) na tisíciny
- b) na čtyři platné číslice
- c) dále určete:
- d) řád číslice 1
- e) řád číslice 5
- f) řád daného čísla

8) Určete bez tabulek nejmenší čtyřciferné prvočíslo.

9) Zapište v základním tvaru číslo $z = \frac{29952}{52299}$.

10) Prodejna má sjednaný podíl na zisku ve výši 15 procent z prodejní ceny výrobku, jež představuje 120 procent jeho výrobní ceny. Kolik procent z výrobní ceny činí zisk prodejny?

11) Vypočítejte výhodně, výsledek zapište ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $a \in \langle 1,10 \rangle, n \in \mathbb{Z}$:

a) $300 \cdot 70 \cdot 20000$

b) $\frac{0,3^2}{3600}$

12) Vypočítejte přesně, výsledek zapište jako zlomek v základním tvaru:

a) $1343 - 43 \cdot [26 - 6 \cdot (7 - 8,1)]$

b) $\left[\left(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}\right) \cdot 5\frac{5}{6}\right] \div [(21 - 1,25) \div 2,5]$

2. ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

- 1) Upravte a určete podmínky: $\frac{x^{-2} - x^{-4}}{x^{-2} - 1} : \frac{1 - x^{-\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{1}{2}} - x^{-1}} =$
- 2) Za jistých podmínek nabývá výraz $v(a, x)$ konstantní hodnoty. Určete hodnotu této konstanty a příslušné podmínky. $v(a, x) = \left[\frac{(1 + \sqrt{a})^2 - (a - \sqrt{ax}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{x})^{-1}}{(1 + \sqrt{a})^3 - a\sqrt{a} + 2} \right]^{-3}$
- 3) Je dán výraz $v(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.
- Zjednodušte výraz $v(x)$.
 - Určete hodnoty výrazu $v(x)$ pro $x \in \{-1, 0, \sqrt{2}\}$.
 - Určete pro která $x \in \mathbb{R}$ platí $v(x) = 1$.
 - Určete pro která $x \in \mathbb{R}$ nabývá $v(x)$ nabývá nekladných hodnot.
- 4) Rovnost $(x^2 + 1)(x - a) + 2 = x^3 + 3x^2 + x + b$ platí pro všechna $x \in \mathbb{R}$. Určete hodnoty parametrů a, b .
- 5) Zjednodušte výraz a uveďte podmínky:
- $\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + y} : \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$
 - $\frac{x^4 + x^2y^2 + y^4}{x^3 + 2x^2y + 2xy^2 + y^3} \cdot \frac{x^2 - xy + y^2}{x + y}, \text{Po94/12}$
 - $\left(\frac{x^2 + xy}{x^3 + x^2y + xy^2 + y^3} + \frac{x}{x^2 + y^2} \right) : \left(\frac{1}{x - y} - \frac{2xy}{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3} \right) \quad x \neq y, \frac{2x}{x - y}$
 - $\frac{b}{b + 2} - \frac{b^2 - 2b}{4 - b^2}$
 - $(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \right)^{-1} + \sqrt{(1 + x)(x - 1)} =$ [0]
- 6) Zjednodušte a určete podmínky: $1 + \frac{(4 - a^2)^{\frac{1}{2}} - (2 - a)^{-\frac{1}{2}}}{(2 + a)^{-\frac{1}{2}} - (4 - a^2)^{-\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1 - a}{1 + \sqrt{2 - a}} =$ $[2 - \sqrt{2 + a}]$
- 7) Zjednodušte a určete podmínky: $\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b} - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} =$ [1]