

LINEÁRNÍ ROVNICE A NEROVNICE (ABSOLUTNÍ HODNOTA)

1) Při jakých hodnotách koeficientů a , b , c má lineární rovnice $ax + b = 0$ s neznámou x jedno řešení, žádné řešení, nekonečně mnoho řešení?

2) Řešte v \mathbb{R}

a) $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} \leq 1$

$$(-\infty; -1) \cup \left(-1; -\frac{1}{2}\right) \cup (0; \infty)$$

b) $0 < |x - 3| < 5$

c) $|-x - 7| = 10$

d) $\frac{2}{x-1} \leq \frac{3}{x}$

e) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})x = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

$$4 - \sqrt{15}$$

f) $\sqrt{20}(1+x) = 2\sqrt{5}(x-1)$

$$\{ \}$$

g) $5 + \frac{3}{3x-12} = \frac{5-x}{x-4}$

$$\{ \}$$

h) $(x-1)^2 + 4x = (x+1)^2$

$$\mathbb{R}$$

i) $|2x+1| - |2x| + 1 = 2x$

j) $|x| + |x+1| = |x+2| + 3$

$$\{-2, 4\}$$

k) $2|x-1| + |x| = 3x-2$

$$(1, \infty)$$

l) $|x| - 2|x+1| + 3|x+2| = 0$

$$\{-2\}$$

m) $\frac{|2x-2|}{2-x} < 1$

$$\left(0, \frac{4}{3}\right) \cup (2, \infty)$$

n) $\frac{3|x|-2}{1+|x|} \leq -1$

$$\left\langle -\frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right\rangle$$

o) $\left| \frac{5+7x}{x} \right| > \frac{1}{2}$

$$\left(-\infty, -\frac{10}{3}\right) \cup \left(-\frac{2}{3}, 0\right) \cup (0, \infty)$$

p) $2 \cdot |5+7x| > |x|$

q) $3x - |2x-1| = x+1$

$$\left\langle \frac{1}{2}, \infty \right\rangle$$

3) Řešte v množině \mathbb{N} : $\frac{x-3}{2} + \frac{1}{3} = \frac{x-1}{4}$

$$\{ \}$$

KVADRATICKÉ ROVNICE A NEROVNICE

4) Řešte v R : $x^2 + (2\sqrt{3} + 1)x + 3 + \sqrt{3} = 0$ $\{-\sqrt{3}; -\sqrt{3} - 1\}$

5) Určete dvojici čísel, jejichž součet je 200 a součin 9375.

6) Určete všechny rovnice, které mají kořeny: $+\sqrt{2}, -\sqrt{2}$

7) Určete všechny rovnice, které mají kořeny: $1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}$

8) Řešte v R :

a) $\frac{y}{3} - \frac{4}{y} \leq \frac{4}{3}$ $(-\infty; -2) \cup (0; 6)$

b) $\frac{-x^2 + x - 4}{2x^2 + 8x + 8} < 0$ $R - \{-2\}$

c) $|2y - y^2| > y$ $(-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (3; \infty)$

d) $|1 - x^2| \leq \frac{1}{2}(x + 1)$ $\{-1\} \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

e) $|x^2 - 7x + 15| < 9$ $(1, 6)$

f) $|x - 2| \leq 2x^2 - 9x + 9$ $\left(-\infty, 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}(5 + \sqrt{3}), \infty\right)$

9) Řešte početně i graficky:

a) $|x^2 + 2x - 1| - x = 1$ $\{0, 1\}$

b) $|x^2 + 2x - 1| \leq x + 1$

10) V R^2 řešte početně i graficky soustavu rovnic a nerovnic: $y + x^2 \leq 1 \wedge x + y = 0$

11) Určete definiční obor výrazu: $\sqrt{12x^2 - x - 1}$

12) Určete definiční obor výrazu: $\sqrt{12x - 9 - 4x^2}$

13) Rozhodněte, pro která $t \in R$ je zlomek $\frac{6t - t^2 - 8}{16}$ nekladný.

14) Vhodnými substitucemi řešte rovnici:

a) $3 \cdot \left(\frac{1}{v^2}\right)^2 - \frac{2}{v^2} - 1 = 0$

b) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$ $\{-1, 2\}$

ROVNICE S NEZNÁMOU POD ODMOCNINOU

16) Řešte v R:

a) $\sqrt{x\sqrt{x-x} + \sqrt{x}} = x$

b) $\sqrt{2r-4} = 1 - \sqrt{r+5}$ {20}

c) $\sqrt{4-u} = u+4$ { }

d) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2 - x$ $(-\infty; 2)$

e) $2\sqrt{x} + \sqrt[8]{x^5} = 3\sqrt[4]{x^3}$ {0,1}

f) $\sqrt{1+x\sqrt{2x^2+8}} = x+1$ {0;2}

g) $\sqrt{3x-5} = 3 - \sqrt{2x}$ {2}

h) $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1$ {20}

i) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+4} = 5$ {5}

j) $\sqrt{-x} = 2 - \sqrt{2-x}$ $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$

17) Vhodnými substitucemi řešte nerovnici: $x^2 + 5x + 4 - 5 - 5\sqrt{x^2 + 5x + 28} = 0$ {-9,4}

NEROVNICE S NEZNÁMOU POD ODMOCNINOU

- 19) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} > 1$ $(-\infty, 2) \cup (4, \infty)$
- 20) $\sqrt{5-z} < \sqrt{z+3}$ $(1; 5)$
- 21) $\sqrt{4z+4} - \sqrt{5-3z} > 0$ $\left(\frac{1}{7}; \frac{5}{3}\right)$
- 22) $x+1 \geq \sqrt{5x+1}$ $\left\langle -\frac{1}{5}; 0 \right\rangle$
- 23) $v-2 > \sqrt{14-v}$ $(5; 14)$
- 24) $\sqrt{x^2-1} < x+2$ $\left\{ \left\langle -\frac{5}{4}; -1 \right\rangle, \langle 1; \infty \right\}$
- 25) $\sqrt{x+2} > \sqrt{2x-8}$
- 26) $\sqrt{x^2+x-6} < 4-x$
- 27) $x-1 < \sqrt{x^2-4}$
- 28) $\frac{\sqrt{x+5}}{1-x} < 1$ Po218/4, $\langle -5, -1 \rangle \cup (1, \infty)$
- 29) $\frac{2-\sqrt{x+2}}{1-\sqrt{x+2}} \leq 0$ Po218/4, $(-1, 2)$
- 30) $\sqrt{x^2-5x+4} > x-3$ Po218/3 $(-\infty, 1) \cup (5, \infty)$
- 31) $\sqrt{3x-10} > \sqrt{6-x}$ Po218/3f $(4, 6)$
- 32) $\frac{\sqrt{x+5}}{1-x} < 1$

ROVNICE – SLOVNÍ ÚLOHY, KARTÉZSKÝ SOUČIN

34) V rovině s kartézskou soustavou souřadnic Oxy znázorněte:

a) $A = \{(x, y) \in Z \times R; x^2 + y^2 < 4 \wedge |x| + |y| \geq 1\}$

b) $B = \{(x, y) \in R \times R; 2x - y + 2 \geq 0 \wedge |x - 1| \leq 1 \wedge |y| \geq 2\}$

c) $\{(x, y) \in R \times R; x + |x| = y + |y|\}$

35) Turista šel po trase dlouhé 45 km. Kdyby za každou hodinu urazil o 0,5 km méně, došel by do cíle o hodinu později. Jak dlouho šel a jakou rychlostí?

36) Do 6 litrů vody o teplotě 15° C máme nalít teplejší vodu tak, aby výsledná teplota vody byla větší než 30° C a menší než 40° C

a) Kolik litrů vody o teplotě 50° C je třeba přilít? (4,5;15)

b) Jakou teplotu musí mít 10 l přilévané vody? (39;55)

37) Kolik litrů vody 60 °C teplé musíme přilít do 30 litrů vody 30 °C teplé, chceme-li, aby výsledná teplota vody byla 40 °C.

38) Naplnění bazénu vodou první rourou trvá o dvě hodiny déle než druhou rourou a o 3 hodiny 36 minuty déle než kdyby bazén natékal oběma rourami najednou. Kolik hodin trvá naplnění bazénu jen první rourou? Za jak dlouho by se bazén naplnil jen druhou rourou?