

LINEÁRNÍ ROVNICE A SOUSTAVY S PARAMETREM

1) Řešte rovnici v oboru $\mathbb{R}$ s neznámou x a reálným parametrem m :

$$\frac{(m+1)x-6}{x} = 3 \cdot \left(1 - \frac{m^2-m}{x}\right)$$

2) Řešte rovnici v oboru $\mathbb{R}$ s neznámou x a reálným parametrem p : $2p(xp+1) - (p^2+1)x = 2$

3) Řešte rovnici v oboru $\mathbb{R}$ s neznámou x a reálným parametrem k $|x+5-k| = |x-2|$

4) Řešte rovnici v oboru $\mathbb{R}$ s neznámou x a reálným parametrem a : $\frac{2+ax}{a+x} = 2a$

5) Řešte rovnici v oboru $\mathbb{R}$ s neznámou x a reálným parametrem p :

$$\frac{2}{p(x-3)} + \frac{3}{(p-1)(x+1)} = \frac{x-5}{p(x+1)(x-3)} \quad \text{Po177/18}$$

6) Řešte rovnici v oboru $\mathbb{R}$ s neznámou x a reálným parametrem p :

$$\frac{p}{x+3p} = \frac{2}{x+q}, p, q - \text{reálné parametry} \quad \text{Po177/19}$$

7) Řešte rovnici v oboru $\mathbb{R}$ s neznámou x a reálným parametrem p :

$$(p^2-1) \cdot x = (2p+3)(p-1) \quad \text{Po177/20}$$

8) Pro která reálná x je splněna nerovnice $|x-3| < r$, kde r je parametr $\begin{matrix} r \leq 0: \{ \} \\ r > 0: (3-a, 3+a) \end{matrix}$

9) Pro která reálná x je splněna nerovnice $|x+5| \leq r$, kde r je parametr.

$$\begin{matrix} r < 0: \{ \} \\ r = 0: \{-5\} \\ r > 0: (-5-a, -5+a) \end{matrix}$$

10) Řešte soustavu rovnic s neznámými x, y a reálným parametrem a

$$\begin{matrix} 3x+ay=1 \\ x+2y=3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a=6: \{ \} \\ a \neq 6: \left\{ \left(\frac{2-3a}{6-a}, \frac{8}{6-a} \right) \right\} \end{matrix}$$

11) Řešte soustavu rovnic s neznámými x, y a reálným parametrem a

$$\begin{matrix} x+ay=1 \\ x-y=a^2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a=-1: \{(1+y, y); y \in \mathbb{R}\} \\ a \neq -1: \{(1-a+a^2, 1-a)\} \end{matrix}$$

12) V množině reálných čísel řešte rovnici $p^2x + p = x + p^2$ s neznámou $\underline{x}$ a parametrem $\underline{p}$:

$$p=1: K = \mathbb{R}$$

$$p=-1: K = \{ \}$$

Pro které $\underline{p}$ má rovnice jediný kladný kořen?

$$p \neq \pm 1: K = \left\{ \frac{p}{p+1}, p \in \mathbb{R} \right\}$$

$$p \in (-\infty, -1) \cup (0, 1) \cup (1, \infty)$$

- 13) V $\mathbb{R}$ řešte rovnici $m^2x = m(x+2) - 2$ s parametrem $m \in \mathbb{R}$
- $$m = 3 : K = \{ \}$$
- $$m = 1 : x = t, \text{ kde } t \in \mathbb{R}$$
- $$m \notin \{0, 1\} : x = \frac{2}{3}$$
- 14) Pro které hodnoty parametru $p \in \mathbb{R}$ jsou kořeny $\frac{x+4}{2} - \frac{px-3}{4} = \frac{x+3p}{3}$ o neznámé $x \in \mathbb{R}$ kladné?
- $$p \in \left(\frac{2}{3}, \frac{11}{4} \right)$$

KVADRATICKÉ ROVNICE S PARAMETREM

- 15) Řešte rovnice s neznámou x a reálným parametrem p :

$$px^2 + 12x - 3 = 0$$

$$p = 0 : \left\{ \frac{1}{4} \right\}$$

$$p < -12 : \{ \}$$

$$p = -12 : \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$p \in (-12, \infty) - \{0\} : \left\{ \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 3p}}{p} \right\}$$

- 16) Řešte rovnice s neznámou x a reálným parametrem p :

$$px^2 + p^2 = 0$$

$$p > 0 : \{ \}$$

$$p = 0 : \mathbb{R}$$

$$p < 0 : \{ \pm \sqrt{-p} \}$$

- 17) Řešte v $\mathbb{R}$:

a) $\sqrt{x^2 - 4p} + x = 2p$

b) $\sqrt{4x^2 + 4x - p} + 2x = p$

- 18) Je dána rovnice $ax^2 + ax + 5 = 0$ s neznámou x a reálným parametrem a .

- a) Pro které hodnoty parametru a má tato rovnice dva různé reálné kořeny?
- $$(-\infty, 0) \cup (20, \infty)$$
- b) Určete všechny hodnoty parametru a , pro které má daná rovnice dva různé reálné kořeny, z nichž je jeden dvojnásobkem druhého.
- $$\left\{ \frac{45}{2} \right\} ?$$

- 19) Diskutujte počet řešení dané rovnice v $\mathbb{R}$ vzhledem k reálnému parametru a :

$$ax^2 - x^2 + 2ax + 2x + a - 2 = 0$$

20) Řešte v oboru $\mathbb{R}$ rovnici s reálným parametrem m :

$$(m-1)x^2 - 2(m+1)x + m - 2 = 0$$

$$m = 1 : K = \left\{ -\frac{1}{4} \right\}$$

$$m \in \left(-\infty, \frac{1}{5} \right) : K = \{ \}$$

$$m = \frac{1}{5} : K = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$$

$$m \in \left(\frac{1}{5}, 1 \right) \cup (1, \infty) : K = \left\{ \frac{m+1 \pm \sqrt{5m-1}}{m-1} \right\}$$

21) Stanovte, kdy rovnice z předchozí úlohy má dva různé kořeny

- a) oba kladné
- b) oba záporné
- c) jeden kladný a jeden záporný
- d) právě jeden kořen rovný nule

Po185/24

22) Při kterých hodnotách parametru $p \in \mathbb{R}$ má rovnice $(2p+3)x^2 - 2(2+4)x + (p-2) = 0$ dvojnásobný reálný kořen?

$$\text{Po187/30} \quad \begin{array}{l} p = 11 : x = 0,6 \\ p = -2 : x = -2 \end{array}$$

23) Při kterých hodnotách parametru $m \in \mathbb{R}$ má rovnice $9x^2 - 18mx - 8m + 16 = 0$ jeden

$$\text{reálný kořen roven dvojnásobku druhého reálného kořene?}$$

$$m = 1 : x_1 = \frac{4}{3}, x_2 = \frac{2}{3}$$

$$m = -2 : x_1 = -\frac{8}{3}, x_2 = -\frac{4}{3}$$

24) Jaká je množina všech reálných čísel p , pro která má rovnice $4x^2 + 4px + p^2 - 4 = 0$

jeden kořen menší než -1 a druhý kořen větší než $\frac{1}{2}$?

$$x + y + pz = 1$$

25) Řešte soustavu rovnic: $x + py + z = 1$. Proveďte diskusi vzhledem k parametru p .

$$px + y + z = 1$$

$$p = 1 : \{ [1 - y - z, y, z], y, z \in \mathbb{R} \}$$

$$p \neq 1 : \left\{ \left[\frac{1}{2+p}, \frac{1}{2+p}, \frac{1}{2+p} \right], p \in \mathbb{R} \right\}$$